

Mecklenburg-Vorpommern



Dieses Dokument kann strukturelle Abweichungen vom derzeit gültigen Abitur aufweisen. Dennoch können Inhalte und Kompetenzen dieser Aufgaben einen wertvollen Beitrag in der Prüfungsvorbereitung leisten.

Nachname, Vorname des Prüflings:

Musterabitur aus dem Jahr 2024

Mathematik

Leistungskurs

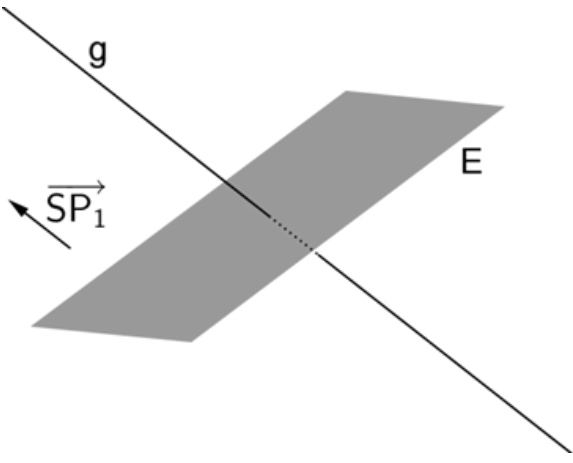
Prüfungsteil A - hilfsmittelfreie Aufgaben

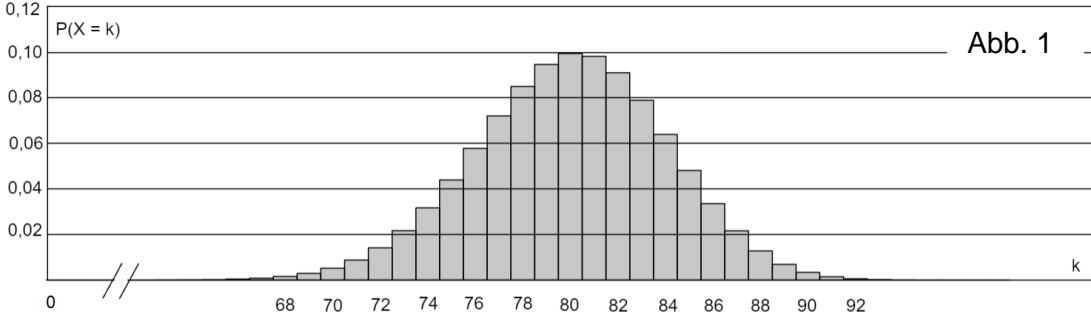
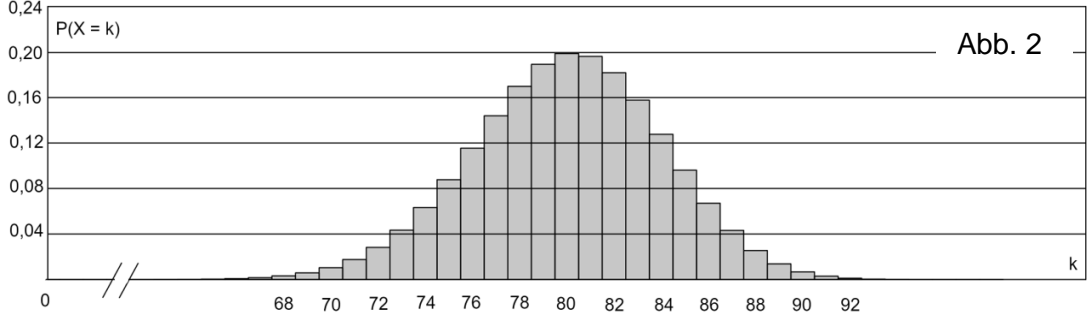
Hinweise für den Prüfling

- Aufgabenbearbeitung:** Tragen Sie zuerst auf dem Deckblatt in das dafür vorgesehene Feld Ihren Nachnamen und Vornamen ein.
- Der Prüfungsteil A beinhaltet
- 4 Pflichtaufgaben aus der Aufgabengruppe 1 (Aufgaben 1 bis 4),
 - 6 Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 2 (Aufgaben 5 bis 10).
- Bearbeiten Sie die vier Pflichtaufgaben und zwei Wahlaufgaben.
- Fertigen Sie die Lösungen im vorliegenden Aufgabendokument an, zusätzliche Lösungsblätter sind mit Ihrem Namen zu versehen und in dieses Dokument einzulegen.
- Bearbeitungszeit:** Für den Prüfungsteil A beträgt die Bearbeitungszeit einschließlich Auswahlzeit maximal 100 Minuten.
- Hilfsmittel:** Bearbeiten Sie die Aufgaben ohne Zuhilfenahme von Tafelwerk oder Taschenrechner.
- Folgende Hilfsmittel stehen zur Verfügung:
- Zeichengeräte,
 - ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
 - zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.
- Bewertung:** Je Aufgabe sind 5 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.
- Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.

1 Analysis – Pflichtaufgabe	BE
Gegeben sind die in \mathbb{R} definierten ganzrationalen Funktionen $f_k(x) = x^4 + (2 - k) \cdot x^3 - k \cdot x^2$ mit $k \in \mathbb{R}$.	
1.1 Begründen Sie, dass der Graph von f_2 symmetrisch bezüglich der y-Achse ist.	1
1.2 Es gibt einen Wert von k , für den 1 eine Wendestelle von f_k ist. Berechnen Sie diesen Wert von k .	4

2 Analysis – Pflichtaufgabe	BE
<p>Gegeben sind die in \mathbb{R} definierten Funktionen f mit $f(x) = \sin x$ und g mit $g(x) = x$. Die Graphen von f und g haben in ihrem einzigen gemeinsamen Punkt $O(0 0)$ die gleiche Steigung.</p>	
<p>2.1 Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f, der Graph von g und die Gerade mit der Gleichung $x = \pi$ einschließen.</p>	3
<p>2.2 Geben Sie eine Gleichung einer Tangente an den Graphen von f an, die die beiden folgenden Eigenschaften hat:</p> <ul style="list-style-type: none">• Die Tangente verläuft parallel zum Graphen von g.• Die Tangente enthält nicht den Punkt O.	2

3 Analytische Geometrie – Pflichtaufgabe	BE
<p>Die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ und die Ebene $E: x + 2y - 2z = 2$ schneiden sich im Punkt S.</p>	
<p>3.1 Berechnen Sie die Koordinaten von S.</p>	3
<p>3.2 Der Punkt P_1 liegt auf g, aber nicht in E. Die Abbildung zeigt die Ebene E, die Gerade g sowie einen Repräsentanten des Vektors $\overrightarrow{SP_1}$. Für den Punkt P_2 gilt $\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OP_1} - 4 \cdot \overrightarrow{SP_1}$, wobei O den Koordinatenursprung bezeichnet. Zeichnen Sie die Punkte S, P_1 und P_2 in die Abbildung ein.</p> 	2

4	Stochastik – Pflichtaufgabe	BE
4.1	<p>Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,8$. Eine der beiden Abbildungen stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dar.</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;">  <p>Abb. 1</p>  <p>Abb. 2</p> </div> <p>Entscheiden Sie, welche Abbildung diese Wahrscheinlichkeitsverteilung darstellt. Begründen Sie, warum die andere Abbildung diese Wahrscheinlichkeitsverteilung nicht darstellt.</p>	2
4.2	<p>Betrachtet wird die binomialverteilte Zufallsgröße Y mit den Parametern n und p. Es gilt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Der Erwartungswert von Y ist 8. • Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y ist symmetrisch. <p>Ermitteln Sie den Wert der Standardabweichung von Y.</p>	3

Hinweis: Von den folgenden Wahlaufgaben 5 bis 10 sind **zwei** zu bearbeiten.

5 Analysis – Wahlaufgabe	BE
<p>Abbildung 1 stellt für einen Wassertank die Zufluss- bzw. Abflussrate (in $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$) von Wasser für einen Beobachtungszeitraum von sechs Stunden dar. Zu Beginn der Beobachtung enthält der Tank 2 m^3 Wasser.</p>	
<p>5.1 Bestimmen Sie das Volumen des Wassers, das sich zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn im Tank befindet.</p>	2
<p>5.2 Skizzieren Sie in Abbildung 2 den Graphen, der die Entwicklung des Volumens des Wassers im Tank in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.</p>	3

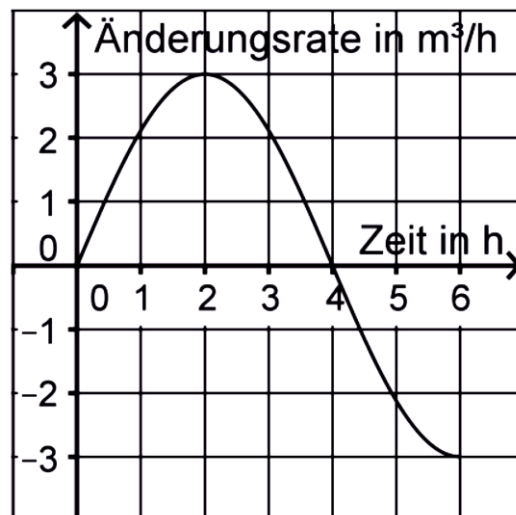


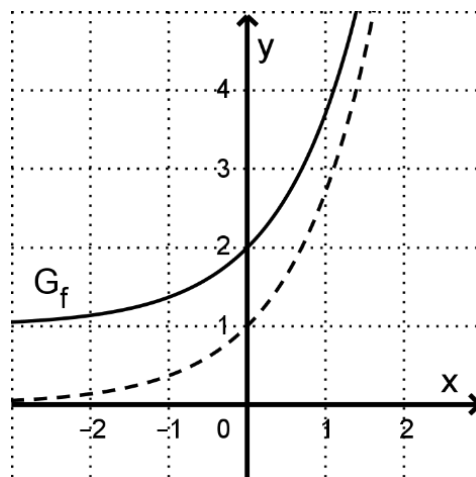
Abbildung 1



Abbildung 2

6 Analysis – Wahlaufgabe**BE**

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer in \mathbb{R} definierten Funktion f sowie den Graphen der ersten Ableitungsfunktion von f .



6.1 Geben Sie die Steigung der Tangente an G_f im Punkt $(0 | f(0))$ an.

1

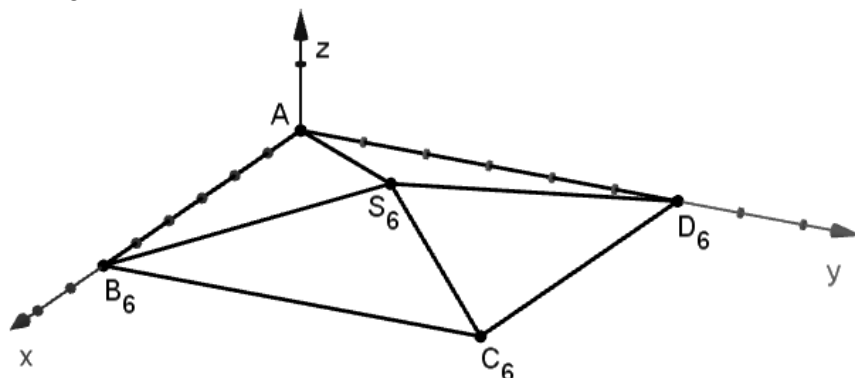
6.2 Betrachtet wird die Schar der Funktionen g_c mit $c \in \mathbb{R}^+$. Der Graph von g_c geht aus G_f durch Streckung mit dem Faktor c in y -Richtung hervor. Die Tangente an den Graphen von g_c im Punkt $(0 | g_c(0))$ schneidet die x -Achse. Bestimmen Sie rechnerisch die x -Koordinate des Schnittpunkts.

4

7 Analytische Geometrie – Wahlaufgabe	BE
<p>Der Punkt $P(0 1 5)$ ist Eckpunkt eines Quadrats. Orthogonal zu der Ebene, in der dieses Quadrat liegt, verläuft die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$.</p>	
<p>7.1 Begründen Sie, dass das Quadrat in der yz-Ebene liegt.</p>	2
<p>7.2 Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen des Quadrats liegt auf der Gerade g, der Punkt $Q(0 8 4)$ in der yz-Ebene. Zeigen Sie, dass Q einer der beiden Eckpunkte des Quadrats ist, die dem Eckpunkt P benachbart sind.</p>	3

8 Analytische Geometrie – Wahlaufgabe**BE**

In einem Koordinatensystem werden die geraden Pyramiden $AB_tC_tD_tS_t$ mit $A(0|0|0)$, $B_t(t|0|0)$, $C_t(t|t|0)$ und $D_t(0|t|0)$ und $t \in \mathbb{R}^+$ betrachtet; die Punkte S_t haben jeweils die z-Koordinate $\frac{t}{8}$. Die Abbildung zeigt die Pyramide für $t = 6$.



Die Ebene $E: 3y + 4z = 24$ enthält den Punkt S_t für $t = 12$.

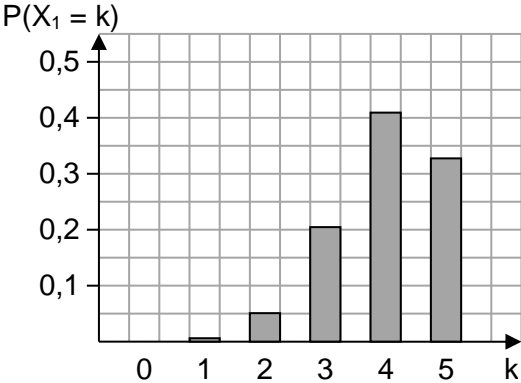
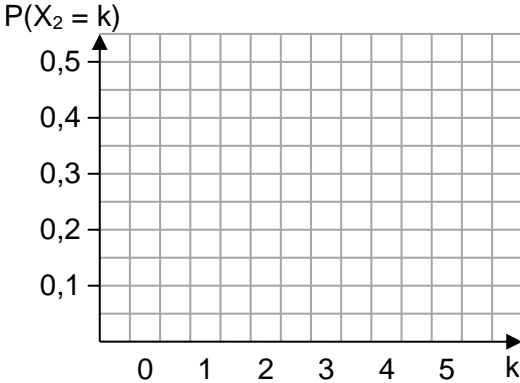
8.1 Begründen Sie, dass E parallel zur x -Achse verläuft.

1

8.2 Untersuchen Sie, für welche Werte von t die Pyramide und die Ebene E gemeinsame Punkte haben.

4

9 Stochastik – Wahlaufgabe	BE
<p>Eine Urne A ist mit fünf roten und fünf blauen Kugeln gefüllt, eine Urne B mit n roten und $3 \cdot n$ blauen, wobei $n > 0$ gilt. Aus der Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in die Urne B gelegt. Danach wird aus der Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in die Urne A gelegt. Nun befindet sich in der Urne A eine unbekannte Anzahl roter Kugeln.</p>	
<p>9.1 Geben Sie alle Möglichkeiten für diese unbekannte Anzahl an.</p>	1
<p>9.2 Für einen bestimmten Wert von n beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die unbekannte Anzahl roter Kugeln in der Urne A fünf ist, $\frac{15}{29}$. Bestimmen Sie diesen Wert von n.</p>	4

10 Stochastik – Wahlaufgabe	BE
Die binomialverteilten Zufallsgrößen X_1 und X_2 geben für Trefferwahrscheinlichkeiten von $p_1 = 0,8$ bzw. $p_2 = 0,2$ jeweils die Anzahl der Treffer bei fünf Versuchen an.	
10.1 Betrachtet wird die Zufallsgröße X_1 . Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit für genau einen Treffer berechnet werden kann.	1
10.2 Geben Sie für eine der beiden Zufallsgrößen ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit durch den folgenden Term angegeben wird: $1 - \left(\binom{5}{3} \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^2 + \binom{5}{4} \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^1 + \binom{5}{5} \cdot 0,8^5 \right)$	2
10.3 Abbildung 1 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_1 . Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_2 in Abbildung 2 dar. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>Abbildung 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Abbildung 2</p> </div> </div>	2